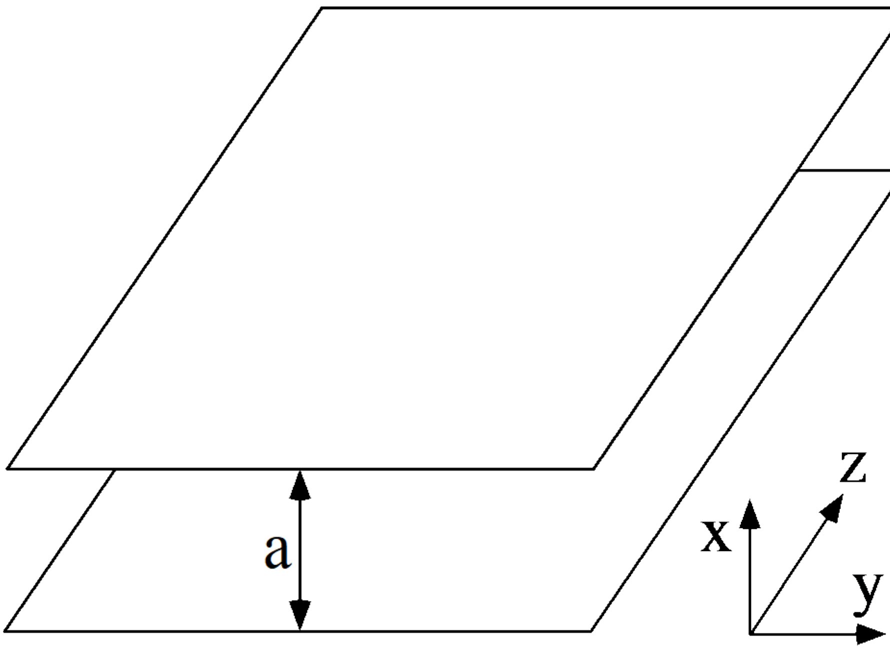
Introduction aux microondes et antennes

Série 3

Problème1

Caractériser les modes de propagation pouvant se propager dans un guide à plaques parallèles (cf. figure). On suppose que les plaques sont de dimensions infinies en y et en z, et que l'excitation est telle que la propagation a lieu dans la direction z uniquement.



a) Mode TEM

Nous devons résoudre l'équation de Laplace $\nabla^2 V(x,y) = 0$

Les dimensions sont infinies dans la direction y. La solution ne dépend donc pas de y.
Laplace devient :

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = 0 \quad donc \quad V(x) = Ax + B$$

Si la plaque supérieure est à un potentiel V0 et la plaque inférieure au potentiel nul, on a

$$V(x) = \frac{V_0 x}{a}$$

Ainsi :

$$\mathbf{e}(x,y) = -\nabla_t V = -\hat{\mathbf{x}}\frac{V_0}{a}$$

$$\mathbf{E}(x,y,z) = -\hat{\mathbf{x}}\frac{V_0}{a}e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

$$\mathbf{H}(x,y,z) = \hat{\mathbf{y}}\frac{V_0}{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}a}e^{-j\beta z}$$

b) Modes TM

L'équation à résoudre dans ce cas est : $\left(\frac{d^2}{dx^2} + k_c^2\right)e_z(x) = 0$

On a : $e_z(x) = A\sin k_c x + B\cos k_c x$

Avec les conditions aux limites $e_z(0) = 0 \quad et \quad e_z(a) = 0$

Ainsi $e_z(x) = E_0 \sin\frac{n\pi}{a}x$ et

$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$

c) Modes TE

L'équation à résoudre dans ce cas est : $\left(\frac{d^2}{dx^2} + k_c^2\right)h_z(x) = 0$

On obtient : $h_z(x) = A\sin k_c x + B\cos k_c x$

Les conditions aux limites sont appliquées pour Ey

$$E_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c}\left[A\cos k_c x - B\sin k_c x\right]e^{-j\beta z}$$

Avec $E_y(0)=0$ et $E_y(a)=0$

Finalement :

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c} E_0 \sin\frac{n\pi}{a} x e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$$

$$H_z = E_0 \cos\frac{n\pi}{a} x e^{-j\beta z}$$

$$H_x = \frac{j\beta E_0}{k_c} \sin\frac{n\pi}{a} x e^{-j\beta z}$$

Problème 2

La fréquence de coupure d'un mode dans un guide d'onde (rempli d'air) est de 2GHz, et la fréquence du signal qui s'y propage est de 3GHz. Donner la longueur d'onde, les vitesses de groupe et de phase et l'impédance d'onde en considérant:

a) qu'il s'agit d'un mode TE
b) qu'il s'agit d'un mode TM

La longueur d'onde, la vitesse de groupe et la vitesse de phase sont les mêmes que le mode soit TE ou TM. Ils sont donnés par:

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad v_\varphi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad v_g = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

Les impédances d'onde sont différentes pour les modes TE et TM, et sont données par:

$$Z_{TE} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad Z_{TM} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

Le guide est rempli d'air, donc

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = c = 3\ 10^8\ m/s \quad \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi\ \ \Omega$$

Et nous obtenons finalement

$$\lambda_g = 13.42\ cm \quad v_\varphi = 4.02\ 10^8\ \ m/s \quad v_g = 2.24\ 10^8\ \ m/s$$

$$Z_{TE} = 504.4\ \ \Omega \quad Z_{TM} = 280.8\ \ \Omega$$